

Probeklausur Mathe 1

Klausur ohne Taschenrechner

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Hinweise:

- Taschenrechner und weitere Hilfsmittel sind nicht erlaubt.
- Begründen Sie Ihre Antworten und Aussagen nachvollziehbar.
- Der Rechenweg ist Teil der Bewertung und muss vollständig dokumentiert werden.
- Achten Sie auf eine saubere Notation und gut lesbare Zwischenschritte.



Lösungen

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = (x^2 - 2x)e^{-x}.$$

- a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und die Nullstellen von f .
- b) Bestimmen Sie die Extremstellen von f und entscheiden Sie, welche Art von Extremstelle (Maximum/Minimum) vorliegt.
- c) Bestimmen Sie die Monotonieintervalle von f .

Platz für Rechnung:

Aufgabe 2

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

a) $\int x^2 \ln(x) dx \quad (x > 0)$

b) $\int_0^{\pi^2} \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

c) $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2} dx$

Platz für Rechnung:

Aufgabe 3

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$A(r) \vec{x} = \vec{b}$$

mit

$$A(r) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & r-1 & 1 \\ 0 & 0 & r-2 \end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Berechnen Sie $\det(A(r))$.
- b) Untersuchen Sie die Lösbarkeit in Abhängigkeit von r (keine, genau eine oder unendlich viele Lösungen).
- c) Bestimmen Sie für $r = 0$ die inverse Matrix $A(0)^{-1}$.
- d) Bestimmen Sie für $r = 0$ die Lösung $\vec{x}$.

Platz für Rechnung:

Aufgabe 4

Gegeben ist die Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestimmen Sie die Eigenwerte von M .
- b) Bestimmen Sie zu jedem Eigenwert jeweils einen Eigenvektor und geben Sie die Eigenräume an.
- c) Beurteilen Sie, ob M diagonalisierbar ist.

Platz für Rechnung: