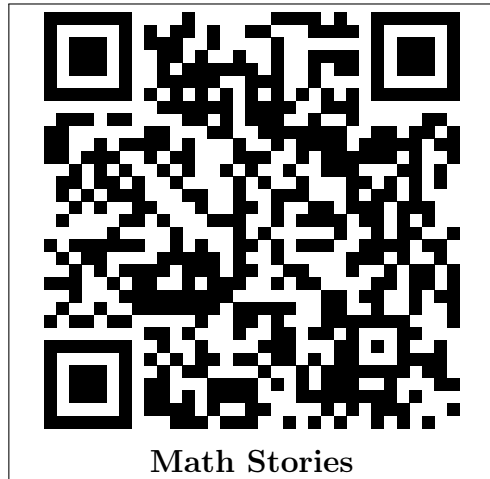


Klausur Mathematik 1 (WiWi)

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Hinweis: Rechenwege vollständig angeben.



Aufgabe 1

Gegeben sind (Parameter $t \in \mathbb{R}$):

$$\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{u}_3(t) = \begin{pmatrix} t \\ 1 \\ t-1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Betrachte die Matrix $M(t) = (\vec{u}_1 \ \vec{u}_2 \ \vec{u}_3(t))$.

- (a) Untersuchen Sie mithilfe des Gauss-Algorithmus, für welche t die Vektoren $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3(t)$ linear unabhängig sind.
- (b) Für alle t , für die die Vektoren linear unabhängig sind, lösen Sie das Gleichungssystem

$$M(t) \vec{x} = \vec{b}.$$

Rechenplatz:

Aufgabe 2

Gegeben sei

$$A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestimmen Sie den Wert a , für den $A(a)$ nicht invertierbar ist.
- (b) Setzen Sie $a = 1$ und berechnen Sie $A(1)^{-1}$.

Rechenplatz:

Aufgabe 3

- (a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom 2. Grades von

$$g(x) = e^{2x}$$

um die Entwicklungsstelle $x_0 = 0$.

- (b) Bestimmen Sie die stationären Punkte der Funktion

$$f(x, y) = x^3 - 3x + y^2 - 4y.$$

Rechenplatz:

Aufgabe 4

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $\int_0^1 (3x + 7)e^x dx$

(b) $\int \frac{1}{2x + 3} dx$

(c) $\int_0^\infty e^{-3x} dx$

Rechenplatz:

Aufgabe 5

Gegeben ist die Funktion

$$h(x) = x e^{-x^2}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Nullstellen von h .
- (b) Bestimmen Sie die Extremstellen von h und entscheiden Sie, welche Art von Extremstelle jeweils vorliegt.
- (c) Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x)$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$.
- (d) Skizzieren Sie den Graphen von h anhand Ihrer Ergebnisse.
- (e) Entscheiden Sie, ob h ein globales Maximum bzw. globales Minimum besitzt, und begründen Sie kurz.

Rechenplatz:
